Az ontológiakezelés matematikai alapjai: Leíró Logikák

(„A szemantikus világháló és az ontológiakezelés alapjai” c. tárgy diáinak felhasználásával)

Szeredi Péter
szeredi@cs.bme.hu

BME VIK Számítástudományi és Információelméleti Tanszék

2008. január 23.

Tartalom

A tudásreprezentáció történetéről

Tudásreprezentáció és következtetés

- A „világ” fogalmainak magas szintű leírása (terminológia)
- Intelligens alkalmazások építése (intelligens = implicit módon jelenlévő tudás kikövetkeztetése)
- Mindezt hatékonyan

1970-es években két fő irányzat:

- (elsőrendű) logikán alapuló: általános, fejlett következtetési módszerek
- szemantikus hálók, keretalapú módszerek (*frame based systems*): objektumok és kapcsolataik, feladatspecifikus következtetés

Hayes, 1979

- a keretalapú rendszereknek elsőrendű logikai szemantikát adott
- alapelemek: unáris predikátumok (egyedek halmazai,fogalmak – *concepts*), bináris predikátumok (egyedek közötti kapcsolatok,szerepek – *roles*)
- Így keletkeztek az ún. **Leíró Logikák**

Logikai alapok: az elsőrendű predikátumkalkulus – ismétlés

- A logika nézetei
  - Szintaxis (Mik a helyes mondatok?)
  - Szemantika — modellelmélet (Mit jelentenek a mondatok?)
  - Bizonyításelmélet (Hogyan juthatunk igaz mondatokhoz?)
  - Pragmatika (Mire jó az egész?)
- Szintaxis
  - logikai és nem-logikai szimbólumok
  - kifejezések (objektumok megnevezésére)
  - formulák (állítások)

Példa: az Ontosz klub

- Szintaxis:
  - Lerögzítjük, hogy „miről beszélünk” (szignatúra)
    - *klubtag/1* (egyargumentumú) reláció**jel**: *klubtag*(x) jelentése x az ontosz klub tagja.
    - *resztvevoje/2* reláció**jel**: *resztvevoje*(x, y) jelentése: x részt vett az y előadáson.
    - *eloadas/1* (egyargumentumú) függvény**jel**: *eloadas*(i) jelentése az ontosz klub i-ik előadása (ahol i egy természetes szám).
    - *eloadoja/1* függvény**jel**: *eloadoja*(y) az y előadás előadóját jelöli.
    - *erdekli/2* reláció**jel**: *erdekli*(x, z) jelentése: x-et érdekli a z tudományterület.
    - *ontologia/0* (nullargumentumú függvény**jel**, azaz konstans**jel**): *ontologia* jelenti az ontológia tudományterületét.
    - $\ldots$
  - Állításokat fogalmazunk meg
    - Minden előadás előadója egyben résztvevője is az előadásnak: $\forall y.\mathit{resztvevoje}(\mathit{eloadoja}(y), y)$
    - Mindenki aki részt vett legalább egy előadáson, az klubtag és érdeklik az ontológiák: $\forall x.(\exists y.\mathit{resztvevoje}(x, y) \rightarrow (\mathit{klubtag}(x) \wedge \mathit{erdekli}(x, \mathit{ontologia}))$

Példa: az Ontosz klub, folyt.

- Szemantika:
  - Lerögzítünk egy „világot” (interpretációt, modellt):
    - alaphalmaz: az Ontosz eddigi résztvevői, előadásai, érdeklődési területek, számok stb.
    - megadjuk az egyes reláció- és függvényjelek értelmezését: a *klubtag*ok halmazát, a *resztvevoje*-párok halmazát stb.
  - Az elsőrendű logika szemantikája meghatározza az adott világban a formulák értelmét, pl.:
    - *eloadoja*$($*eloadas*$(5))$ = a „Szeredi Péter” nevű alaphalmazbeli elem
    - Az $\forall y.\exists x_1, x_2.($*resztvevoje*$(x_1, y) \land$ *resztvevoje*$(x_2, y) \land x_1 \neq x_2))$ igaz; (eddig :-).
  - Általánosíthatunk: felállitjuk az X-klubok elméletét, axiómarendszerét, állításai pl.:
    - A klubnak legalább egy előadása, és minden előadásnak legalább két résztvevője van.
    - Minden résztvevő klubtag és érdeklődik a klub alaptémája iránt. ...
  - Megpróbálhatjuk megkeresni az axiómarendszerünk *következmény*-állításait:
    - Egy $\mathcal{A}$ állításhalmaz következménye egy S állítás, ha minden olyan világban, ahol $\mathcal{A}$ minden állítása igaz, egyben S is igaz (szemantikus következményfogalom).
    - Pl. a fenti axiómákból következik, hogy az alaptéma iránt legalább ketten érdeklődnek.
- Bizonyításelmélet: a következményállítások előállítása szintaktikus manipulációkkal

Az elsőrendű predikátumkalkulus szintaxisa

- Szimbólumok (jelek) - a logika nyelvének építőkövei
  - logikai szimbólumok
    - központozási jelek: `( , ) .`
    - logikai összekötő jelek:
      - $\neg$ (negáció — „nem”),
      - $\wedge$ (konjunkció — „és”),
      - $\vee$ (unió — „vagy”),
      - $\exists$ (egzisztenciális kvantor — „létezik olyan . . . ”),
      - $\forall$ (univerzális kvantor — „minden . . . -ra igaz, hogy . . . ”),
      - $=$ (egyenlőség)
    - változók: $x, y, z, x_1, y_1, \ldots, x_i, \ldots$
  - nem-logikai szimbólumok
    - függvényjelek: a, b, c (konstansok azaz 0-argumentumú függvényjelek), $f, g, h, \ldots$
    - predikátumjelek: $p, q, r, \ldots$
    - mind a függvény-, mind a predikátumjeleknek van egy rögzített ≥ 0 argumentumszáma (aritása)
    - szignatúra (vagy nyelvtípus): a használni kívánt függvény- és predikátumjelek felsorolása (aritással együtt)

Az elsőrendű predikátumkalkulus szintaxisa — folyt. (1)

- Kifejezések (*terms*) — olyan jelsorozatok, amelyek a világ egy objektumát nevezik meg.
  - Minden változójel kifejezés.
  - Ha $t_1, \ldots, t_n$ kifejezések és f egy n-argumentumú függvényjel, akkor $f(t_1, \ldots, t_n)$ is egy kifejezés.
  - Az elsőrendű logika kifejezései: a fenti rekurzív definíciót kielégítő legszükebb halmaz.
- Formulák (*formulae*) — egy állítást megfogalmazó jelsorozatok.
  - Ha $t_1, \ldots, t_n$ kifejezések és p egy n-argumentumú predikátumjel, akkor $p(t_1, \ldots, t_n)$ is egy állítás (*elemi* állítás, vagy *atom*).
  - Ha t_1 és t_2 kifejezések, akkor $t_1 = t_2$ egy formula (ez is *elemi* állítás).
  - Ha α és β formulák, x egy változójel, akkor $(\neg\alpha)$, $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$, $(\exists x.\alpha)$, $(\forall x.\beta)$ szintén formulák.
  - Az elsőrendű logika formulái (*well-formed-formulas*, *wff*): a fenti rekurzív definíciót kielégítő legszükebb halmaz.
- Szintaktikus édesítőszerek: zárójelek, pontok elhagyása, beszúrása, 0-argumentumú függvény- ill. predikátumjelek utáni () elhagyása stb.

Az elsőrendű predikátumkalkulus szintaxisa — folyt. (2)

- Rövidítések — további édesítőszerek
  - $(\alpha \rightarrow \beta)$ jelentése: $(\neg\alpha \vee \beta)$
  - $(\alpha \equiv \beta)$ jelentése: $((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha))$
- Kvantorok hatásköre
  - Kötött (*bound*) változó: olyan változó-előfordulás, amely egy kvantor hatáskörében van. Pl. x minden előfordulása kötött egy $\exists x.\alpha$ vagy egy $\forall x.\alpha$ részformula belsejében.
  - Szabad (*free*) változó: olyan változó-előfordulás, amely nincs egy kvantor hatáskörében.
- Mondat (*sentence*): olyan formula, amelyben nincs szabad változó (szokás zárt formulának is nevezni)

Az elsőrendű predikátumkalkulus szemantikája

- A szintaxis definiálja azon jelsorozatokat, amelyek helyes elsőrendű formulák
- A szemantika megadja egy tetszőleges elsőrendű formula jelentését (durván igazságértékét), *feltéve, hogy megadjuk a függvények és predikátumok jelentését*, azaz egy interpretációt.
- Interpretáció: $\mathcal{I} =< \Delta, I >$
  - Δ egy tetszőleges alaphalmaz (*domain*)
  - I egy (felső indexként jelölt) hozzárendelés, amely minden
    - n-argumentumú f függvényjelhez egy Δ-n értelmezett n-argumentumú függvényt rendel: $f^I \in \Delta \times \ldots \times \Delta \mapsto \Delta$ (f^I az f függvény*jel*hez rendelt függvény)
    - n-argumentumú p predikátumjelhez egy Δ-n értelmezett n-argumentumú relációt rendel: $p^I \subseteq \Delta \times \ldots \times \Delta$ (p^I a p predikátum*jel*hez rendelt reláció)
- Megjegyzés: Az, hogy az f^I függvény ill. az p^I reláció „kiszámítása” hogyan írható le, nem tartozik a logika területére!

Az elsőrendű predikátumkalkulus szemantikája, folyt.

- Egy interpretáció segítségével minden változómentes kifejezéshez az alaphalmaz egy elemét rendelhetjük hozza. Hasonlóan minden zárt formulához igazságértéket rendelhetünk.
- Változót is tartalmazó kifejezés ill. szabad változót tartalmazó formula kiértékeléséhez szükség van egy ún. változó-értékelésre (*valuation, variable assignment*):
  - A változó-értékelés egy φ függvény, amely minden változójelhez az alaphalmaz egy elemét rendeli: $\varphi(x) \in \Delta$
  - Jelölés: $\varphi[x \mapsto d]$ az az értékelés, amely minden x-től különböző változóhoz ugyanazt az értéket rendeli mint φ, míg x-hez a $d \in \Delta$ elemet rendeli.
- Adott $\mathcal{I} =< \Delta, I >$ interpretáció és φ értékelés mellett rekurzívan definiáljuk egy tetszőleges t kifejezés $t^{\varphi,I}$ jelentését:
  - Ha x egy változó, akkor $x^{\varphi,I} = \varphi(x)$,
  - Ha $t_1, \ldots, t_n$ kifejezések és f egy n-argumentumú függvényjel, akkor $f(t_1, \ldots, t_n)^{\varphi,I} = f^I(t_1^{\varphi,I}, \ldots, t_n^{\varphi,I})$

Az elsőrendű predikátumkalkulus szemantikája, folyt. (2)

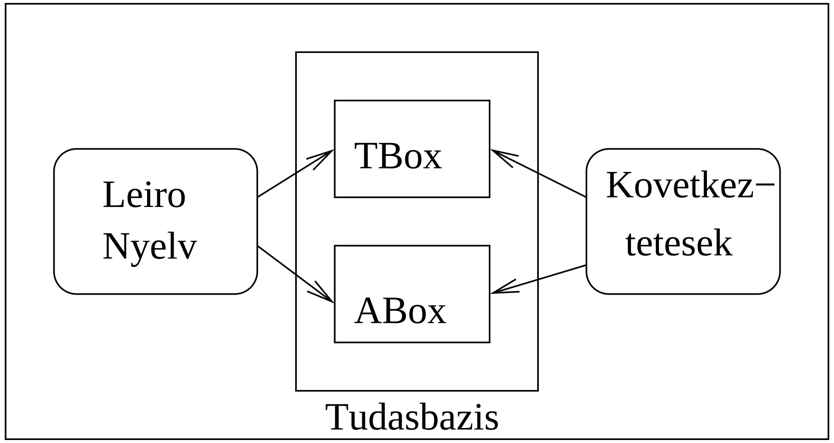
- Adott $\mathcal{I} =< \Delta, I >$ interpretáció és φ értékelés mellett rekurzívan definiáljuk egy tetszőleges formula igazságértékét: $\mathcal{I} \models_\varphi \alpha$: az $\mathcal{I}$ interpretáció a φ értékelés mellett kielégíti az α formulát.
  - $\mathcal{I} \models_\varphi p(t_1, \ldots, t_n)$ csakkor, ha $\langle d_1, \ldots, d_n \rangle \in \mathcal{P}$, ahol $\mathcal{P} = p^I$ valamint $d_i = t_i^{\varphi,I}$.
  - $\mathcal{I} \models_\varphi t_1 = t_2$ csakkor, ha d_1 és d_2 a Δ alaphalmaz ugyanazon eleme, ahol $d_i = t_i^{\varphi,I}$.
  - $\mathcal{I} \models_\varphi \neg\alpha$ csakkor, ha nem teljesül az, hogy $\mathcal{I} \models_\varphi \alpha$.
  - $\mathcal{I} \models_\varphi \alpha \wedge \beta$ csakkor, ha teljesül $\mathcal{I} \models_\varphi \alpha$ és teljesül $\mathcal{I} \models_\varphi \beta$.
  - $\mathcal{I} \models_\varphi \alpha \vee \beta$ csakkor, ha $\mathcal{I} \models_\varphi \alpha$ és $\mathcal{I} \models_\varphi \beta$ közül legalább az egyik teljesül.
  - $\mathcal{I} \models_\varphi \forall x.\alpha$ csakkor, ha minden $d \in \Delta$ elemre igaz, hogy $\mathcal{I} \models_{\varphi[x \mapsto d]} \alpha$.
  - $\mathcal{I} \models_\varphi \exists x.\alpha$ csakkor, ha van olyan $d \in \Delta$, hogy $\mathcal{I} \models_{\varphi[x \mapsto d]} \alpha$.
- Belátható, hogy zárt formula (mondat) esetén a kielégítés nem függ a változó-értékeléstől, ilyenkor az $\mathcal{I} \models \alpha$ alakot használjuk, és azt mondjuk, hogy α **igaz** az $\mathcal{I}$ interpretációban.
- Jelölések (S mondathalmaz, α mondat):
  - $\mathcal{I} \models S$ ($\mathcal{I}$ az S **modellje**): S minden eleme igaz az $\mathcal{I}$ interpretációban.
  - $S \models \alpha$ (S-nek logikai vagy szemantikus következménye α): bármely $\mathcal{I}$ interpretáció esetén, ha $\mathcal{I} \models S$ akkor $\mathcal{I} \models \alpha$ is fennáll.

Bizonyítások az elsőrendű predikátumkalkulusban

- Bizonyításelmélet: a matematika formalizálja önmagát.
- Következtetési rendszer: következtetési szabályok halmaza.
- Következtetési szabály:
  - (szintaktikus) transzformációk
  - (nulla,) egy vagy több mondatból egy új mondatot állít elő.
- Szintaktikus következmény-fogalom: $S \vdash \alpha$ (S-ből levezethető α) csakkor ha:
  - létezik mondatok olyan $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ sorozata,
  - ahol minden i-re
    - vagy $\alpha_i \in S$;
    - vagy α_i az őt megelőző mondatokból egy következtetési szabállyal áll elő.
  - Egy következtetési rendszer **helyes** (*sound*), ha $S \vdash \alpha \Rightarrow S \models \alpha$ (amit kiköveztet, az igaz).
  - Egy következtetési rendszer **teljes** (*complete*), ha $S \models \alpha \Rightarrow S \vdash \alpha$ (ami igaz, azt kiköveztei).

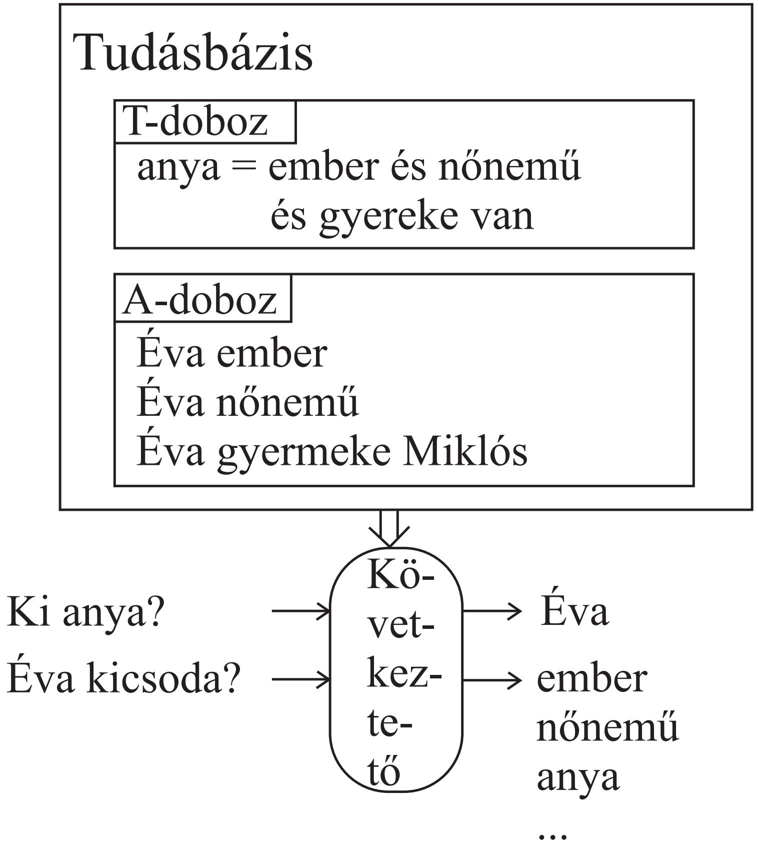
LEÍRÓ LOGIKÁK – ÁTTEKINTÉS

Leiró logikák mint a tudásreprezentáció eszközei



- Tudásbázis (KB, knowledge base) = T-doboz (TBox) + A-doboz (ABox):
- T-doboz = terminológiai doboz = terminológiai axiómák halmazaza: fogalmakról (és szerepekről) szóló állítások (az anya, aki nőnemű és van gyereke)
- A-doboz = adatdoboz = adataxiómák halmaza: tudásunk az objektumokról (Éva anya)
- Következtetések: T-doboz: egy fogalomleírás kielégíthető (értelmes), annak megállapítása hogy az egyik fogalom egy másik általánosítása (fogalom-hierarchia),
  A-doboz: egy objektum egy fogalom példánya, egy fogalomleírást kielégítő objektumok, ellentmonások felfedezése.

Példa leíró logikai következtetésre



Példa tiszta T-doboz következtetésre

Tudásbázis

T-doboz

anya = ember és nőnemű és van gyereke.
nő = ember és nőnemű
férfi = ember és nem nőnemű
szülő= ember és van gyereke
apa = férfi és szülő

⇓

Kö-vet-kez-te-tő

(1) Konzisztens-e a T-doboz?	→ Következtető →	Igen.	(1)
(2) Minden anya szülő?	→ Következtető →	Igen.	(2)
(3) Minden szülő férfi?	→ Következtető →	Nem.	(3)
(4) Lehet-e férfi anya?	→ Következtető →	Nem.	(4)
(5) Mi a fogalmak hierarchiája?	→ Következtető →	ember → nő, szülő, férfi; nő, szülő → anya; szülő, férfi → apa	(5)

Példák terminológiai axiómákra

Az Anya nem más, mint olyan Ember aki Nőnemű és van gyereke.

$$\text{Anya} \equiv \text{Ember} \sqcap \text{Nőnemű} \sqcap \exists \text{gyereke}.\top$$

Minden Tigris Emlős.

$$\text{Tigris} \sqsubseteq \text{Emlős}$$

A boldog emberek gyerekei is boldogak.

$$\text{Boldog} \sqcap \text{Ember} \sqsubseteq \forall \text{gyereke}.\text{Boldog}$$

A gyermektelen emberek boldogak

$$\forall \text{gyermeke}.\bot \sqcap \text{Ember} \sqsubseteq \text{Boldog}$$

A gyereke viszonyban levők egyben leszármazottja viszonyban is vannak.

$$\text{gyereke} \sqsubseteq \text{leszármazottja}$$

A szülője kapcsolat a gyereke kapcsolat megfordítottja (inverze).

$$\text{szülője} \equiv \text{gyereke}^{-}$$

A leszármazottja reláció tranzitív

$$\text{Trans}(\text{leszármazottja})$$

EGYSZERŰ LEÍRÓ LOGIKÁK – AZ ALCN NYELVEK

Az AL nyelv szintaxisa

- Az $\mathcal{AL}$ fogalomkifejezések (röviden fogalmak) szintaxisa:

$C \rightarrow$	$A \mid$	(atomi fogalom, fogalomnév)	egy halmaz, pl: Ember
	$\top \mid$	(tetőjel, top)	az összes objektum halmaza
	$\bot \mid$	(fenékjel, bottom)	az üres halmaz
	$\neg A \mid$	(atomi negálás)	
	$C \sqcap D \mid$	(metszet)	
	$\forall R.C \mid$	(értékkorlátozás)	azon egyedek, amelyek minden R-je C-beli
	$\exists R.\top \mid$	(egyszerű létezési korlátozás)	azon egyedek, amelyeknek létezik R-je

  A atomi fogalom, C, D összetett fogalmak

- Az $\mathcal{AL}$ nyelvben megengedett axiómák szintaxisa:

$$C \sqsubseteq D \qquad \text{és} \qquad C \equiv D$$

- Példák fogalomkifejezésekre:

  Ember $\sqcap$ $\neg$Nőnemű
  Ember $\sqcap$ $\forall$gyereke.Nőnemű
  Ember $\sqcap$ $\exists$gyereke.$\top$

- Példa axiómára: Kékszemű $\sqsubseteq$ $\forall$szülője.Kékszemű

Az AL nyelv szemantikája

- Interpretáció: $\mathcal{I} =< \Delta, I >$
  - Δ az objektumok halmaza (nem lehet üres!).
  - Az I függvény az atomi fogalmakhoz és szerepekhez halmazokat ill. relációkat rendel.
  - Az I hozzárendelés az alábbi módon kiterjeszthető a nem-atomi fogalmakra:

$$
\begin{aligned}
\top^I &= \Delta \\
\bot^I &= \emptyset \\
(\neg A)^I &= \Delta \setminus A^I \\
(C \sqcap D)^I &= C^I \cap D^I \\
\forall(R.C)^I &= \{a \in \Delta | \forall b.(\langle\, a, b \,\rangle \in R^I \rightarrow b \in C^I)\} \\
\exists(R.\top)^I &= \{a \in \Delta | \exists b.\langle\, a, b \,\rangle \in R^I\}
\end{aligned}
$$

- Az interpretációs jelölés egyszerűsítése: ha adott $\mathcal{I}$ ahol $\mathcal{I} =< \Delta, I >$, akkor a Δ alaphalmaz helyett $\Delta^{\mathcal{I}}$-t, C^I helyett $C^{\mathcal{I}}$-t, R^I helyett $R^{\mathcal{I}}$-t írunk.
- Axiómák igazságtartalma: $\mathcal{I} \models C \sqsubseteq D$ csakkor ha $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$
  $\mathcal{I} \models C \equiv D$ csakkor ha $C^{\mathcal{I}} = D^{\mathcal{I}}$

Az AL nyelvcsalád: az U, E, N, C nyelvkiterjesztések

További konstruktorok

- Unió: $C \sqcup D$
  $(C \sqcup D)^{\mathcal{I}} = C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}}$ $(\mathcal{U})$
- Teljes létezési korlátozás: $\exists R.C$
  $(\exists R.C)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} | \exists b. \langle a, b \rangle \in R^{\mathcal{I}} \wedge b \in C^{\mathcal{I}}\}$ $(\mathcal{E})$
- Számosság-korlátozások (nem-minősítettek): $\geqslant nR$ és $\leqslant nR$
  $(\geqslant nR)^{\mathcal{I}} = \left\{ a \in \Delta \mid \quad \left| \left\{ b \mid \langle a, b \rangle \in R^{\mathcal{I}} \right\} \right| \geq n \right\}$ $(\mathcal{N})$
  $(\leqslant nR)^{\mathcal{I}} = \left\{ a \in \Delta \mid \quad \left| \left\{ b \mid \langle a, b \rangle \in R^{\mathcal{I}} \right\} \right| \leq n \right\}$

  Figyelem: $\geqslant nR.C$ (például az hogy valakinek van legalább 3 kékszemű gyereke) már minősített korlátozás, ezt az $\mathcal{N}$ nyelvkiterjesztés már nem fedi le.
- (Teljes) negálás: $\neg C$
  $(\neg C)^{\mathcal{I}} = \Delta \setminus C^{\mathcal{I}}$ $(\mathcal{C})$
- pl: Ember $\sqcap$ ($\leqslant 1$gyereke $\sqcup$ ($\geqslant 3$gyereke $\sqcap$ $\exists$gyereke.Nőnemű)).

Példa T-dobozra

- Családi kapcsolatok fogalomrendszerét leíró T-doboz:

$$
\begin{aligned}
\text{Nő} &\equiv \text{Ember} \sqcap \text{Nőnemű} \\
\text{Férfi} &\equiv \text{Ember} \sqcap \neg\text{Nő} \\
\text{Anya} &\equiv \text{Nő} \sqcap \exists\text{gyereke.Ember} \\
\text{Apa} &\equiv \text{Férfi} \sqcap \exists\text{gyereke.Ember} \\
\text{Szülő} &\equiv \text{Anya} \sqcup \text{Apa} \\
\text{Nagyanya} &\equiv \text{Anya} \sqcap \exists\text{gyereke.Szülő} \\
\text{SokgyerekesAnya} &\equiv \text{Anya} \sqcap \geqslant 3\text{gyereke} \\
\text{FiúsAnya} &\equiv \text{Anya} \sqcap \forall\text{gyereke.}\neg\text{Nő} \\
\text{Feleség} &\equiv \text{Nő} \sqcap \exists\text{férje.Férfi}
\end{aligned}
$$

A leíró nyelvek és az elsőrendű logika

A fogalmak átírhatók elsőrendű logikai kifejezésekké:

- Az átírás minden C fogalomkifejezésnek egy $\Phi_C(x)$ formulát feleltet meg.
- Az atomi fogalmak(A) és szerepek(R) unáris illetve bináris predikátumok lesznek ($A(x), R(x,y)$).
- A metszetet, az uniót, a negálást egyszerűen a logikai megfelelőjére írjuk át.
- A különféle korlátozások a következő módon íródnak át:

$$\begin{aligned}
\Phi_{\exists R.C}(y) &= \exists x.\,(R(y,x) \wedge \Phi_C(x)) \\
\Phi_{\forall R.C}(y) &= \forall x.\,(R(y,x) \rightarrow \Phi_C(x)) \\
\Phi_{\geqslant nR}(x) &= \exists y_1,\ldots,y_n.\left(R(x,y_1) \wedge \cdots \wedge R(x,y_n) \wedge \bigwedge_{i<j} y_i \neq y_j\right) \\
\Phi_{\leqslant nR}(x) &= \forall y_1,\ldots,y_{n+1}.\left(R(x,y_1) \wedge \cdots \wedge R(x,y_{n+1}) \rightarrow \bigvee_{i<j} y_i = y_j\right)
\end{aligned}$$

A SHIQ LEÍRÓ LOGIKAI NYELV

A SHIQ nyelv áttekintése

- A $\mathcal{SHIQ}$ rövidítés jelentése
  - $\mathcal{S} \equiv \mathcal{ALC}_{\mathcal{R}^+}$ (a $\mathcal{ALC}$ nyelv kiegészítve tranzitív szerepekkel), azaz egyes szerepekről (pl. őse) kijelenthetjük, hogy tranzitívak.
  - $\mathcal{H} \equiv$ szerephierarchiák. Egy szerephierarchia $R \sqsubseteq S$ alakú állítások halmaza, pl. minden barátja kapcsolat egyben ismerőse kapcsolat is: barátja $\sqsubseteq$ ismerőse.
  - $\mathcal{I} \equiv$ inverz szerepek: egy R szerep mellett annak R^- inverzét is használhatjuk, pl. gyereke$^-$ $\equiv$ szülője.
  - $\mathcal{Q} \equiv$ minősített számosság-korlátozások, azaz $\leqslant nR.C$ és $\geqslant nR.C$ alakú fogalomkifejezések (az $\mathcal{N}$ nyelvkiterjesztés általánosítása) pl. azon emberek akiknek legalább 3 okos gyereke van: $(\geqslant 3\,\mathsf{gyereke}.\mathsf{Okos})$
- A $\mathcal{Q}$ minősített számosság-korlátozásokat két lépésben vezetjük be:
  - $\mathcal{F} \equiv$ funkcionális korlátozások, azaz $\leqslant 1R$ és $\geqslant 2R$ alakú fogalomkifejezések
  - általános minősített számosság-korlátozások

Miért pont a SHIQ nyelv?

- Példa: nukleáris reaktorok fogalmi rendszere
  - Axiómák:

    $\mathsf{befoglalója} \sqsubseteq \mathsf{tartalmazója}$ ($\mathsf{is\_component\_of} \sqsubseteq \mathsf{is\_part\_of}$)
    $\mathsf{Vezérrúd} \sqsubseteq \mathsf{Eszköz} \sqcap \exists\, \mathsf{befoglalója}.\mathsf{Reaktormag}$
    $\mathsf{Reaktormag} \sqsubseteq \mathsf{Eszköz} \sqcap \exists\, \mathsf{befoglalója}.\mathsf{Reaktor}$
    $\mathsf{Trans}(\mathsf{tartalmazója})$ $\equiv$ $\mathsf{tartalmazója}$ egy tranzitív reláció
  - A példában kiköveztethető, hogy

    $\mathsf{Vezérrúd} \sqsubseteq \exists\, \mathsf{tartalmazója}.\mathsf{Reaktor}$
- Az inverz szerepek lehetővé teszik, hogy a rész-egész kapcsolatokat nmindkét irányban leírjuk, pl. a tartalmazója (is_part_of) mellett használhatjuk a része (has_part) szerepeket.
  - Például definiálhatjuk a VeszélyesReaktor fogalmat így:

    $\mathsf{Reaktor} \sqcap \exists\, \mathsf{része}.\mathsf{Hibás} \sqsubseteq \mathsf{VeszélyesReaktor}$
  - Ezután kiköveztethető, hogy $\mathsf{Vezérrúd} \sqcap \mathsf{Hibás} \sqsubseteq \exists\, \mathsf{tartalmazója}.\mathsf{VeszélyesReaktor}$
- A számosság-korlátozások fontosak az Entity-Relationship fajtájú modellezésben, például

  $\mathsf{Reaktor} \sqsubseteq \exists\, \mathsf{vezérlője}.\mathsf{Vezérlőegység} \sqcap (\leqslant 1\ \mathsf{vezérlője})$

A SHIQ nyelvkiterjesztések

- $\mathcal{S} \equiv \mathcal{ALC}_{\mathcal{R}^+}$, azaz $\mathcal{ALC}$ kiterjesztve tranzitív relációkkal
  - Egy elvetett lehetőség: tranzitív lezárás mint szerepművelet
    túl erős, túlmutat az elsőrendű logikán
  - Helyette: $\mathsf{Trans}(R)$ alakú axiómák: jelentésük: az R szerep tranzitív.
- $\mathcal{H}$ – szerephierarchia
  - $R \sqsubseteq S$ alakú szerepaxiómák
  - „gyenge” tranzitív lezárási művelet:

$$\mathsf{Trans}(\textsf{leszármazottja})$$
$$\textsf{gyereke} \sqsubseteq \textsf{leszármazottja}$$

  - leszármazottja egy olyan tranzitív szerep, amely a gyereke szerepnél bővebb
    (de nem feltétlenül a legszűkebb ilyen).

A SHIQ nyelvkiterjesztések (2)

- $\mathcal{I}$ – inverz szerepek
  - Első szerepkonstruktorunk a $^-$: R^- – az R szerep inverze
  - Példa: A $\mathsf{gyereke}^- \equiv \mathsf{szülője}$ szerepaxióma és az alábbi fogalmi axiómák

$$\begin{aligned}\mathsf{JóSzülő} &\equiv \exists \mathsf{gyereke}.\top \sqcap \forall \mathsf{gyereke}.\mathsf{Boldog}\\ \mathsf{VidámGyermek} &\equiv \exists \mathsf{szülője}.\mathsf{JóSzülő}\end{aligned}$$

    következménye az alábbi fogalmi állítás: $\mathsf{VidámGyermek} \sqsubseteq \mathsf{Boldog}$
  - A többszörös invertálás redundáns: $(R^-)^- \equiv R$, $((R^-)^-)^- \equiv R^-$ stb.
  - Hasznos jelölés $\mathsf{Inv}(R) = \begin{cases} S & \text{ha } R = S^- \text{ alakú} \\ R^- & \text{egyébként} \end{cases}$
- $\mathcal{F}$ – funkcionális korlátozások: $\leqslant 1R$ ill. negáltja $\geqslant 2R$ (az $\mathcal{N}$ kiterjesztés spec. esete)
- $\mathcal{Q}$ – minősített számosság-korlátozások (az $\mathcal{N}$ kiterjesztés általánosítása)
  - új fogalomkonstruktorok: $\leqslant nR.C$ ill. $\geqslant nR.C$ – azon egyedek halmaza, amikhez legfeljebb (ill. legalább) n vele R kapcsolatban álló olyan egyed van, amely a C fogalomba tartozik.
- Funkcionális és számosság-korlátozásban csak *egyszerű* szerep megengedett: olyan, amelynek nincs tranzitív része

SHIQ szintaxis: összefoglalás

- Fogalomkifejezések szintaxisa

$C \rightarrow$	A	*atomi fogalom*	$(\mathcal{AL})$
$\mid$	$\top$	*tetőjel – univerzális fogalom*	$(\mathcal{AL})$
$\mid$	$\bot$	*fenékjel – semmis fogalom*	$(\mathcal{AL})$
$\mid$	$\neg C$	*negálás*	$(\mathcal{C})$
$\mid$	$C_1 \sqcap C_2$	*metszet*	$(\mathcal{AL})$
$\mid$	$C_1 \sqcup C_2$	*unió*	$(\mathcal{U})$
$\mid$	$\forall R.C$	*érték-korlátozás*	$(\mathcal{AL})$
$\mid$	$\exists R.C$	*létezési korlátozás*	$(\mathcal{E})$
$\mid$	$(\geqslant n\, R_S.C)$	*minősített számosság-korlátozás*	$(\mathcal{Q})$
		(R_S: egyszerű szerep, nincs tranzitív része)	
$\mid$	$(\leqslant n\, R_S.C)$	*minősített számosság-korlátozás*	$(\mathcal{Q})$

SHIQ szintaxis: összefoglalás (2)

- Szerepkifejezések szintaxisa

$$
\begin{array}{rlll}
R \longrightarrow & R_A & \textit{atomi szerep} & (\mathcal{AL}) \\
\mid & R^- & \textit{inverz szerep} & (\mathcal{I})
\end{array}
$$

- Terminológiai állítások (axiómák) szintaxisa

$$
\begin{array}{rlll}
T \longrightarrow & C_1 \equiv C_2 & \textit{fogalomegyenlőségi axióma} & (\mathcal{AL}) \\
\mid & C_1 \sqsubseteq C_2 & \textit{fogalomtartalmazási axióma} & (\mathcal{AL}) \\
\mid & R_1 \equiv R_2 & \textit{szerepegyenlőségi axióma} & (\mathcal{H}) \\
\mid & R_1 \sqsubseteq R_2 & \textit{szereptartalmazási axióma} & (\mathcal{H}) \\
\mid & \mathsf{Trans}(R) & \textit{tranzitívszerep-axióma} & (\mathcal{R}^+)
\end{array}
$$

SHIQ szemantika

- Fogalomkifejezések szemantikája

$$
\begin{aligned}
\top^{\mathcal{I}} &= \Delta^{\mathcal{I}} \\
\bot^{\mathcal{I}} &= \emptyset \\
(\neg C)^{\mathcal{I}} &= \Delta^{\mathcal{I}} \setminus C^{\mathcal{I}} \\
(C_1 \sqcap C_2)^{\mathcal{I}} &= C_1^{\mathcal{I}} \cap C_2^{\mathcal{I}} \\
(C_1 \sqcup C_2)^{\mathcal{I}} &= C_1^{\mathcal{I}} \cup C_2^{\mathcal{I}} \\
(\forall R.C)^{\mathcal{I}} &= \big\{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \quad \forall b.\langle a, b \rangle \in R^{\mathcal{I}} \rightarrow b \in C^{\mathcal{I}}\big\} \\
(\exists R.C)^{\mathcal{I}} &= \big\{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \quad \exists b.\langle a, b \rangle \in R^{\mathcal{I}} \wedge b \in C^{\mathcal{I}}\big\} \\
(\geqslant n\, R.C)^{\mathcal{I}} &= \big\{\, a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \quad \big|\big\{b \mid \langle a, b \rangle \in R^{\mathcal{I}} \wedge b \in C^{\mathcal{I}}\big\}\big| \geq n \,\big\} \\
(\leqslant n\, R.C)^{\mathcal{I}} &= \big\{\, a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \quad \big|\big\{b \mid \langle a, b \rangle \in R^{\mathcal{I}} \wedge b \in C^{\mathcal{I}}\big\}\big| \leq n \,\big\}
\end{aligned}
$$

- Szerepkifejezések szemantikája

$$
(R^{-})^{\mathcal{I}} = \big\{\langle b, a \rangle \in \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}} \mid \langle a, b \rangle \in R^{\mathcal{I}}\big\}
$$

SHIQ szemantika (2)

- Terminológiai axiómák szemantikája

$$
\begin{aligned}
\mathcal{I} \models C_1 \equiv C_2 \ &\Leftrightarrow \ C_1^{\mathcal{I}} = C_2^{\mathcal{I}} \\
\mathcal{I} \models C_1 \sqsubseteq C_2 \ &\Leftrightarrow \ C_1^{\mathcal{I}} \subseteq C_2^{\mathcal{I}} \\
\mathcal{I} \models R_1 \equiv R_2 \ &\Leftrightarrow \ R_1^{\mathcal{I}} = R_2^{\mathcal{I}} \\
\mathcal{I} \models R_1 \sqsubseteq R_2 \ &\Leftrightarrow \ R_1^{\mathcal{I}} \subseteq R_2^{\mathcal{I}} \\
\mathcal{I} \models \mathsf{Trans}(R) \ &\Leftrightarrow \ (\forall a, b, c \in \Delta^{\mathcal{I}})(\langle a, b \rangle \in R^{\mathcal{I}} \wedge \langle b, c \rangle \in R^{\mathcal{I}} \rightarrow \langle a, c \rangle \in R^{\mathcal{I}})
\end{aligned}
$$

- $\mathcal{I} \models T$ kétféle módon is kiolvasható: $\mathcal{I}$ kielégíti a T axiómát, ill. $\mathcal{I}$ modellje T-nek.
- Legyen $\mathcal{T}$ egy T-doboz (axiómák egy halmaza)
  - $\mathcal{I} \models \mathcal{T}$ ($\mathcal{I}$ modellje $\mathcal{T}$-nek) $\Leftrightarrow$ ha $\mathcal{T}$ minden axiómájának modellje, azaz minden $T \in \mathcal{T}$ esetén $\mathcal{I} \models T$
  - Egy $\mathcal{T}$ T-doboznak szemantikai következménye egy T axióma: $\mathcal{T} \models T \Leftrightarrow$ ha $\mathcal{T}$ minden modellje kielégíti T-t, azaz minden olyan $\mathcal{I}$ esetén, melyre $\mathcal{I} \models \mathcal{T}$, fennáll, hogy $\mathcal{I} \models T$

Következtetések

- Következtetési feladatok T-dobozokon
  - **Kielégíthetőség**: egy C fogalom kielégíthető a $\mathcal{T}$ terminológia felett, ha létezik $\mathcal{T}$-nek olyan $\mathcal{I}$ modellje, hogy $C^{\mathcal{I}}$ nem üres.
  - **Tartalmazás (alárendeltség)**: Egy C fogalmat tartalmaz egy D fogalom a $\mathcal{T}$ terminológia felett, ha $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$, azaz $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ teljesül $\mathcal{T}$ minden $\mathcal{I}$ modelljére. Alternatív jelölés: $C \sqsubseteq_{\mathcal{T}} D$
  - **Ekvivalencia**: A C és D fogalmak ekvivalensek a $\mathcal{T}$ terminológia felett, ha $\mathcal{T} \models C \equiv D$, azaz $C^{\mathcal{I}} = D^{\mathcal{I}}$ teljesül $\mathcal{T}$ minden $\mathcal{I}$ modelljében. Alternatív jelölés: $C \equiv_{\mathcal{T}} D$.
  - **Diszjunktság**: Két fogalom diszjunkt a $\mathcal{T}$ terminológia felett, ha $\mathcal{T} \models C \sqcap D \equiv \bot$, azaz $C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}} = \emptyset$ teljesül $\mathcal{T}$ minden $\mathcal{I}$ modelljére.
- Példák: ha $\mathcal{T}$ a családi T-doboz, akkor az alábbi állítások igazak:
  - $\mathcal{T} \models \textsf{Nő} \sqsubseteq \textsf{Ember}$
  - $\mathcal{T} \models \textsf{Anya} \sqcup \textsf{Apa} \equiv \textsf{Szülő}$
  - $\mathcal{T} \models \textsf{Nő} \sqcap \textsf{Férfi} \equiv \emptyset$

SHIQ elsőrendű logikában

- $\Phi_C(x)$ jelentése: x a C fogalom példánya, $\Phi_R(x, y)$ jelentése: x és y R-kapcsolatban vannak.
- Fogalomkifejezések átírása:

$$
\begin{aligned}
\Phi_A(x) &= A(x)\\
\Phi_\top(x) &= \mathrm{TRUE}\\
\Phi_\bot(x) &= \mathrm{FALSE}\\
\Phi_{\neg C}(x) &= \neg\Phi_C(x)\\
\Phi_{C_1\sqcap C_2}(x) &= \Phi_{C_1}(x) \wedge \Phi_{C_2}(x)\\
\Phi_{C_1\sqcup C_2}(x) &= \Phi_{C_1}(x) \vee \Phi_{C_2}(x)\\
\Phi_{\forall R.C}(x) &= \forall y.\, (\Phi_R(x, y) \rightarrow \Phi_C(y))\\
\Phi_{\exists R.C}(x) &= \exists y.\, (\Phi_R(x, y) \wedge \Phi_C(y))\\
\Phi_{\geqslant n\, R.C}(x) &= \exists y_1, \ldots, y_n.\, (\ \Phi_R(x, y_1) \wedge \cdots \wedge \Phi_R(x, y_n) \wedge\\
&\qquad\qquad \Phi_C(y_1) \wedge \cdots \wedge \Phi_C(y_n) \wedge \bigwedge_{i<j} y_i \neq y_j\ )\\
\Phi_{\leqslant n\, R.C}(x) &= \forall y_1, \ldots, y_{n+1}.\, (\ \Phi_R(x, y_1) \wedge \cdots \wedge \Phi_R(x, y_{n+1}) \wedge\\
&\qquad\qquad \Phi_C(y_1) \wedge \cdots \wedge \Phi_C(y_{n+1}) \rightarrow \bigvee_{i<j} y_i = y_j\ )
\end{aligned}
$$

- Szerepkifejezések átírása:

$$
\begin{aligned}
\Phi_{R_A}(x, y) &= R_A(x, y)\\
\Phi_{R_A^-}(x, y) &= R_A(y, x)
\end{aligned}
$$

SHIQ elsőrendű logikában (2)

- Terminológiai axiómák átírása:

$$
\begin{aligned}
\Phi_{C_1 \equiv C_2} &= \forall x. \left(\Phi_{C_1}(x) \leftrightarrow \Phi_{C_2}(x)\right) \\
\Phi_{C_1 \sqsubseteq C_2} &= \forall x. \left(\Phi_{C_1}(x) \rightarrow \Phi_{C_2}(x)\right) \\
\Phi_{R_1 \equiv R_2} &= \forall x, y. \left(\Phi_{R_1}(x, y) \leftrightarrow \Phi_{R_2}(x, y)\right) \\
\Phi_{R_1 \sqsubseteq R_2} &= \forall x, y. \left(\Phi_{R_1}(x, y) \rightarrow \Phi_{R_2}(x, y)\right) \\
\Phi_{\mathsf{Trans}(R)} &= \forall x, y, z. \left(\Phi_R(x, y) \wedge \Phi_R(y, z) \rightarrow \Phi_R(x, z)\right)
\end{aligned}
$$

- Adataxiómák átírása:

$$
\begin{aligned}
\Phi_{C(a)} &= \Phi_C(a) \\
\Phi_{R(a_1, a_2)} &= \Phi_R(a_1, a_2)
\end{aligned}
$$

- Példa T-doboz

$$
\begin{aligned}
\mathcal{T} = \{ & \mathsf{LányosApa} \equiv \mathsf{Ember} \sqcap \neg \mathsf{Nő} \sqcap \forall \mathsf{gyereke}.\mathsf{Nő} \sqcap \exists \mathsf{gyereke}.\top, \\
& \mathsf{LányosApa} \sqsubseteq \mathsf{Boldog} \}
\end{aligned}
$$

- A példa elsőrendű megfelelője

$$
\begin{aligned}
& \forall x. (\mathsf{LányosApa}(x) \leftrightarrow \\
& \qquad \mathsf{Ember}(x) \wedge \neg \mathsf{Nő}(x) \wedge \forall y. (\mathsf{gyereke}(x, y) \rightarrow \mathsf{Nő}(y)) \wedge \exists y. \mathsf{gyereke}(x, y)) \wedge \\
& \forall x. (\mathsf{LányosApa}(x) \rightarrow \mathsf{Boldog}(x))
\end{aligned}
$$

ADATDOBOZOK

Az A-doboz

- A világban jelenlevő objektumok reprezentálására egy új névfajtát vezetünk be, az *egyedneveket*. jelölésük, a, b, c stb.
- Az adatdoboz (A-doboz) adatállításokat tartalmaz, ezek lehetnek:
  - fogalmi állítások: $C(a)$, pl. Apa(PÉTER).
  - szerepállítások: $R(a, b)$, pl. barátja(PÉTER,PÁL).
- Példa:

FiúsAnya(MARI)	Apa(PÉTER)
gyereke(MARI,PÉTER)	gyereke(PÉTER,TAMÁS)
gyereke(MARI,PÁL)	

- $\mathcal{I}$ interpretációs függvényt ki kell bővíteni: minden a egyednévhez $\mathcal{I}$ hozzárendel egy neki megfelelő $a^{\mathcal{I}} \in \Delta^{\mathcal{I}}$ elemet
- $\mathcal{I}$ kielégíti a $C(a)$ fogalmi állítást ($\mathcal{I} \models C(a)$), csakkor ha $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$,
- $\mathcal{I}$ kielégíti a $R(a, b)$ szerepállítást ($\mathcal{I} \models R(a, b)$), csakkor, ha $\langle\, a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}} \,\rangle \in R^{\mathcal{I}}$.

Az A-doboz (folyt.)

- Az A-doboz hasonlít egy relációs adatbázisra, amelyben csak egy- és kétoszlopú táblák vannak. De az adatbázisoknál megszokott „zárt világ szemantika” helyett az A-dobozra a „nyílt világ szemantika” jellemző: a tudásbázis nem teljes, amit nem tudunk (nincs benne explicit módon az A-dobozban) az nem feltétlenül hamis!
- Egyedi nevek (UNA - Unique Name Assumption)
  - Ha feltesszük az UNA-t, akkor elvárjuk azt, hogy az egyednevek értelmezése páronként különböző legyen.
  - Nem mindig szükséges az UNA.
- A-doboz konzisztencia
  - Egy $\mathcal{A}$ A-doboz akkor konzisztens egy $\mathcal{T}$ T-doboz felett, ha létezik egy olyan $\mathcal{I}$ interpretáció, amely modellje $\mathcal{A}$-nak és $\mathcal{T}$-nek egyszerre. Például, az $\{$Anya(MARI),Apa(MARI)$\}$ A-doboz konzisztens az üres T-doboz felett, viszont inkonzisztens a családi kapcsolatokat leíró T-dobozzal.
- Definíció: $\mathcal{A} \models_{\mathcal{T}} \alpha$: Az $\mathcal{A}$ A-dobozból a $\mathcal{T}$ T-doboz felett következik az α állítás: ha minden $\mathcal{A}$-t és $\mathcal{T}$-t kielégítő interpretáció ($\mathcal{A}$ és $\mathcal{T}$ minden közös modellje), biztosan kielégíti α-t.

Következtetések A-dobozon

- Fontos következtetési feladatok A-dobozokra
  - *Konzisztencia*: lásd az előző diát.
  - *Példányvizsgálat* (*instance check*): egy α adatállítás következménye-e egy $\mathcal{A}$ adatdoboznak (jelölése: $\mathcal{A} \models_{\mathcal{T}} \alpha$). Példa: igaz-e, hogy $(\mathsf{Ember} \sqcap \neg\mathsf{Nőnemű} \sqcap \exists \mathsf{gyereke}.\top)(\mathsf{MIKLÓS})$, azaz Miklós apa-e?

    $$\mathcal{A} \models C(a) \iff \mathcal{A} \cup \{\neg C(a)\} \text{ \textit{inkonzisztens}}$$

  - *Példánykikeresés* (*instance retrieval*): egy adott C fogalomkifejezéshez meg kell állapítani, hogy mely egyednevek tartoznak *biztosan* az adott fogalomba. Példa: mik a példányai az $\mathsf{Ember} \sqcap \neg\mathsf{Nőnemű}$ (azaz a „férfi”) fogalomnak?
- Tisztán terminológiai következtetés A-doboz következtetővel
  - *Fogalom-kielégíthetőség*: A tisztán terminológiai következtetés visszavezethető A-doboz-következtetési feladatra C *kielégíthető* ($\mathcal{T}$ felett) $\iff$ $\{C(a)\}$ adatdoboz *konzisztens* ($\mathcal{T}$ felett)

Nyílt és zárt világ szemantikák

- Legyen egy egyetlen adatállítást tartalmazó adatdobozunk: gyereke(PÉTER,PÁL)
  - Adatbázis esetén (zárt világ szemantika): Péternek egyetlen gyermeke van, Pál
  - A-doboz esetén (nyílt világ szemantika): Péternek van egy Pál nevű gyermeke. Ha emellett még azt is közölni szeretnénk, hogy Pál az egyetlen gyermeke, akkor hozzá kell adnunk az A-dobozhoz a következő állítást is: $(\leqslant 1\text{gyereke})(\text{PÉTER})$.
- Az Oidipusz példa:

gyereke(IOKASZTÉ,OIDIPUSZ)	gyereke(IOKASZTÉ,POLÜNEIKÉSZ)
gyereke(OIDIPUSZ,POLÜNEIKÉSZ)	gyereke(POLÜNEIKÉSZ,THERSZANDROSZ)
Apagyilkos(OIDIPUSZ)	¬ Apagyilkos(THERSZANDROSZ)

- Erre az $\mathcal{A}_{OI}$ A-dobozra vonatkozóan az alábbi kérdést szeretnénk feltenni:

  Van-e Iokasztének olyan gyermeke, aki apagyilkos, és akinek van egy gyermeke, aki nem apagyilkos?

  azaz:

$$\mathcal{A}_{OI} \models (\exists\text{gyereke}.(\text{Apagyilkos} \sqcap \exists\text{gyereke}.\neg\text{Apagyilkos}))(\text{IOKASZTÉ})?$$

- A válasz: igen, de a bizonyításhoz eset-szétválasztás szükséges!

FEJLETTEBB LEÍRÓ LOGIKÁK

Konkrét tartományok: a (D) nyelvkiterjesztés

- Nagykorú (ember) fogalma: 18 évnél idősebb ember.
- Kisérlet $\mathcal{SHIQ}$-beli megfogalmazásra:

$$\begin{aligned} \mathsf{Nagykorú} &\equiv \mathsf{Ember} \sqcap \exists \mathsf{életkora}.\mathsf{FelnőttKor} \\ \mathsf{FelnőttKor} &\sqsubseteq \mathsf{Életkor} \\ \mathsf{Életkor} &\sqsubseteq \mathsf{TermészetesSzám} \end{aligned}$$

- Ez kényelmetlen, pontatlan, jobb lenne ha az életkora szerep értékkészlete a természetes számok egy részhalmaza lehetne.
- Megoldás: a nyelv bővítése konkrét tartományokkal (adattípusokkal), pl. $\mathcal{SHIQ}(\mathbf{D})$
  - Például egy konkrét tartomány lehet a természetes számok
  - Új szimbolumok (szintaktikus elemek): adattípus-jel, pl.

$$\mathbf{D} = \{\mathsf{intv}_{i,j} \mid i \leq j \text{ természetes szám}\}$$

  - Példák
    - $\mathsf{Nagykorú} \equiv \exists \mathsf{életkora}.\mathsf{intv}_{18,120}$
    - $\mathsf{TanulóVagyNyugdíjasKorú} \equiv \exists \mathsf{életkora}.(\mathsf{intv}_{0,18} \sqcup \mathsf{intv}_{62,120})$

Egyedfogalmak

- Egyedfogalom (nominal): olyan fogalom, amelynek egyetlen példánya lehet. Rövidítése: $\mathcal{O}$
- Példa: földrajzi ontológia: $\mathsf{Kontinens}$, $\mathsf{Ország}$ stb. fogalmak, helye szerep, $\mathsf{EurópaiOrszág} \equiv \exists \mathsf{helye}.\mathsf{Európa}$. – itt $\mathsf{Európa}$ egy egyedfogalom.
- Fontos-e $\mathsf{Európa}$-ról kikötni, hogy csak egyetlen példánya lehet?
  - Mondjuk ki, hogy a konkrét kontinensek diszjunktak és uniójuk a $\mathsf{Kontinens}$ fogalom:
    $$\begin{aligned} \mathsf{Kontinens} &\equiv \mathsf{Európa} \sqcup \mathsf{Ázsia} \sqcup \mathsf{Amerika} \sqcup \cdots \\ \mathsf{Európa} \sqcap \mathsf{Ázsia} &\sqsubseteq \bot \\ \mathsf{Európa} \sqcap \mathsf{Amerika} &\sqsubseteq \bot \ldots \end{aligned}$$
  - Definiáljuk a következő – általunk diszjunktnak gondolt – fogalmakat:
    $$\begin{aligned} \mathsf{ÓriásOrszág} &\equiv (\geqslant 2\, \mathsf{helye}.\mathsf{Kontinens}) \\ \mathsf{EUOrszág} &\sqsubseteq \forall \mathsf{helye}.\mathsf{Európa} \end{aligned}$$
  - Csak akkor bizonyítható a diszjunktság, ha tudjuk, hogy $\mathsf{Európa}$ egyedfogalom.
- Egyedfogalmak jelölése deklarációval: $\mathsf{Indiv}(\mathsf{Európa})$
- Egyedfogalmak jelölése használatkor: $\mathsf{EurópaiVállalat} \equiv \forall \mathsf{telephelye}.\forall \mathsf{helye}.\{\mathsf{Európa}\}$
  $\mathsf{Eurázsia} \equiv \{\mathsf{Európa},\mathsf{Ázsia}\} \Longrightarrow \mathsf{Eurázsia} \equiv \{\mathsf{Európa}\} \sqcup \{\mathsf{Ázsia}\}$

További nyelvkiterjesztések

- Szerepkonstruktorok

Elnevezés	Szintaxis	Szemantika
Univerzális szerep	U	$\Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$
Metszet	$R_1 \sqcap R_2$	$R_1^{\mathcal{I}} \cap R_2^{\mathcal{I}}$
Unió	$R_1 \sqcup R_2$	$R_1^{\mathcal{I}} \cup R_2^{\mathcal{I}}$
Komplemens	$\neg R$	$\Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}} \setminus R^{\mathcal{I}}$
Kompozíció	$R_1 \circ R_2$	$R_1^{\mathcal{I}} \circ R_2^{\mathcal{I}}$
Tranzitív lezárás	R^+	$\bigcup_{n\geq 1} \left(R^{\mathcal{I}}\right)^n$
Reflexív-tranzitív lezárás	R^*	$\bigcup_{n\geq 0} \left(R^{\mathcal{I}}\right)^n$
Szerepszűkítés	$R\|_C$	$R^{\mathcal{I}} \sqcap \left(\Delta^{\mathcal{I}} \times C^{\mathcal{I}}\right)$
Azonosság	$id(C)$	$\{\langle d, d\rangle \mid d \in C^{\mathcal{I}}\}$

- Példák:

$$\begin{aligned}
\textsf{nagyszülője} &\equiv \textsf{szülője} \circ \textsf{szülője} \\
\textsf{anyja} &\equiv \textsf{szülője}|_{\textsf{Nőnemű}} \\
\textsf{testvére} &\equiv (\textsf{szülője} \circ \textsf{gyereke}) \sqcap \neg id(\top) \\
\textsf{fia} &\equiv \textsf{gyereke}|_{\neg\textsf{Nőnemű}} \\
\textsf{őse} &\equiv \textsf{szülője}^+ \\
\textsf{őseVagyMaga} &\equiv \textsf{szülője}^* \\
\textsf{vérrokona} &\equiv (\textsf{őseVagyMaga} \circ \textsf{őseVagyMaga}^-) \sqcap \neg id(\top)
\end{aligned}$$

A RIQ nyelv

- A szerepkompozíció speciális esetei fontosak lehetnek, pl.

$$\mathsf{tulajdona} \circ \mathsf{része} \sqsubseteq \mathsf{tulajdona}$$

a tulajdon része is a tulajdonos birtokában van

$$\mathsf{helye} \circ \mathsf{tartalmazója} \sqsubseteq \mathsf{helye}$$

a betegség helyének tartalmazója is a betegség helyének tekintendő

- Megengedhetjük-e az $R \circ S \sqsubseteq T$ alakú axiómákat? Nem, még mindig eldönthetetlen!
- Megengedhetjük-e az $S \circ R \sqsubseteq S$ alakú axiómákat? Invertálva mindkét oldalt (kihasználva: $\mathsf{Inv}(S \circ R) = \mathsf{Inv}(R) \circ \mathsf{Inv}(S)$) az eredmény $R' \circ S' \sqsubseteq S'$ formájú, pl.

$$\mathsf{része}^{-} \circ \mathsf{tulajdona}^{-} \sqsubseteq \mathsf{tulajdona}^{-} \qquad \text{azaz}$$

$$\mathsf{tartalmazója} \circ \mathsf{tulajdonosa} \sqsubseteq \mathsf{tulajdonosa}$$

A RIQ nyelv (2)

- Megengedhetjük-e az $S \circ R \sqsubseteq S$ és $R \circ S \sqsubseteq S$ alakú axiómákat? Még egy kikötés kell:
  - A T-dobozból gyűjtsük ki a szereptartalmazási axiómákat ($R \circ S \sqsubseteq S$, $S \circ R \sqsubseteq S$ vagy $R \sqsubseteq S$), egészítsük ki inverzeikkel, jelöljük ezek halmazát $\mathcal{R}$-rel.
  - R közvetlenül érinti az S szerepet $\Leftrightarrow$ ha $R \neq S$ és $(R \sqsubseteq S) \in \mathcal{R}$, vagy $(R \circ S \sqsubseteq S) \in \mathcal{R}$, vagy $(S \circ R \sqsubseteq S) \in \mathcal{R}$.
  - Az „R érinti S” kapcsolat a „közvetlenül érinti” tranzitív lezártja
  - Egy T-doboz (szereptartalmazási szempontból) ciklusmentes, ha nincs olyan szerep amely önmagát érinti.
- A $\mathcal{RIQ}$ nyelv: a $\mathcal{SHIQ}$ nyelvet kiterjeszti $S \circ R \sqsubseteq S$ és $R \circ S \sqsubseteq S$ alakú axiómákkal, de (szereptartalmazási szempontból) csak ciklusmentes T-dobozt enged meg. Ez eldönthető!
- Egyes szerzők szerint a (szereptartalmazási szempontból) ciklikus T-doboz nem is lehet értelmes (modellezési hiba), pl.

$$\text{tulajdona} \circ \text{része} \sqsubseteq \text{tulajdona}$$
$$\text{tulajdona} \circ \text{része} \sqsubseteq \text{része}$$

Irodalom

- The Description Logic Handbook; Theory, Implementation and Applications; Edited by Franz Baader et al.; Cambridge University Press; 2003; ISBN-13: 9780511060632
  - *Daniele Nardi, Ronald J. Brachman:* An Introduction to Description Logics
  - *Franz Baader, Werner Nutt:* Basic Description Logics
  - *Alex Borgida, Maurizio Lenzerini, Riccardo Rosati:* Description Logics for Data Bases
- A szemantikus világháló elmélete és gyakorlata; Szeredi Péter, Lukácsy Gergely, Benkő Tamás; Typotex, 2005;